



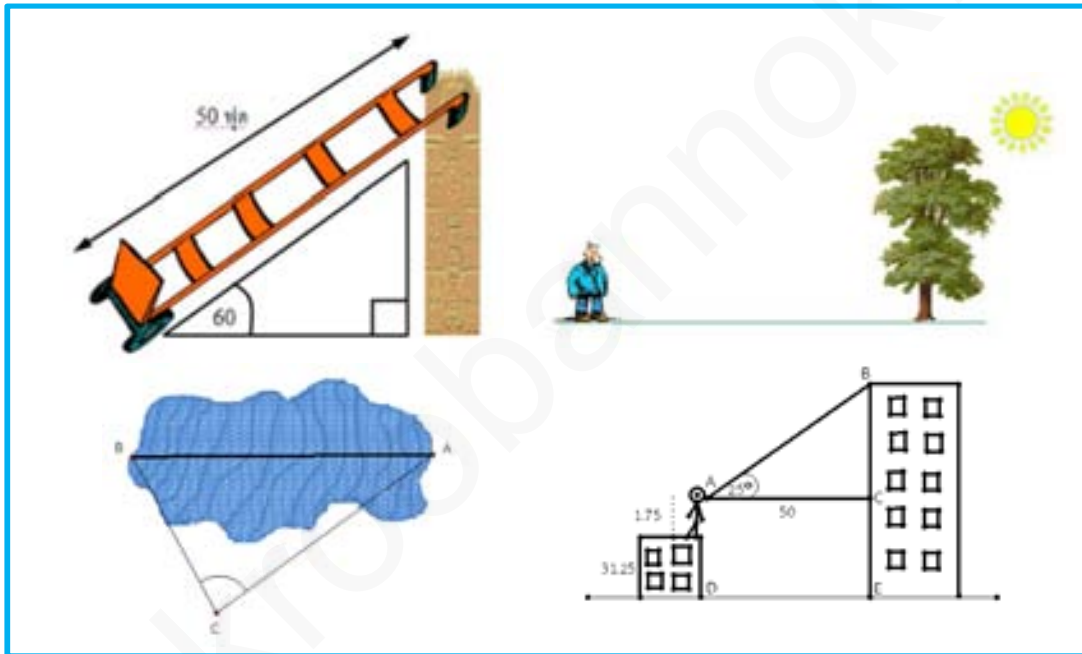
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค31101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

ชุดที่ 10 เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง



โดย

นางสาวยุพเรศ นรโภค

ครู วิทยฐานะชำนาญการ

โรงเรียนเสลภูมิพิทยาคม อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 27

คำชี้แจง



1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเป็นชุดจำนวน 10 ชุด แต่ละชุดมีส่วนประกอบ ดังนี้

- 1.1 ชื่อแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
 - 1.2 คำอธิบายเนื้อหาของเรื่องที่เรียนในชุดนั้น ๆ
 - 1.3 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
 - 1.4 แบบทดสอบก่อน – หลังเรียน
 - 1.5 เฉลยแบบทดสอบก่อน – หลังเรียน
2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง
3. เวลาที่ใช้ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง
4. กิจกรรม
- 4.1 ทดสอบก่อนเรียนและตรวจคำตอบ
 - 4.2 ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษารายละเอียด คำอธิบายเนื้อหาของเรื่องที่เรียน
 - 4.3 ให้นักเรียนฝึกปฏิบัติตามลำดับขั้นตอนของแบบฝึกทักษะ
 - 4.4 เมื่อนักเรียนฝึกปฏิบัติและตอบคำถามแล้ว ให้ตรวจคำตอบและสรุปร่วมกัน
 - 4.5 ทดสอบหลังเรียนและตรวจคำตอบ

คำชี้แจงสำหรับครู



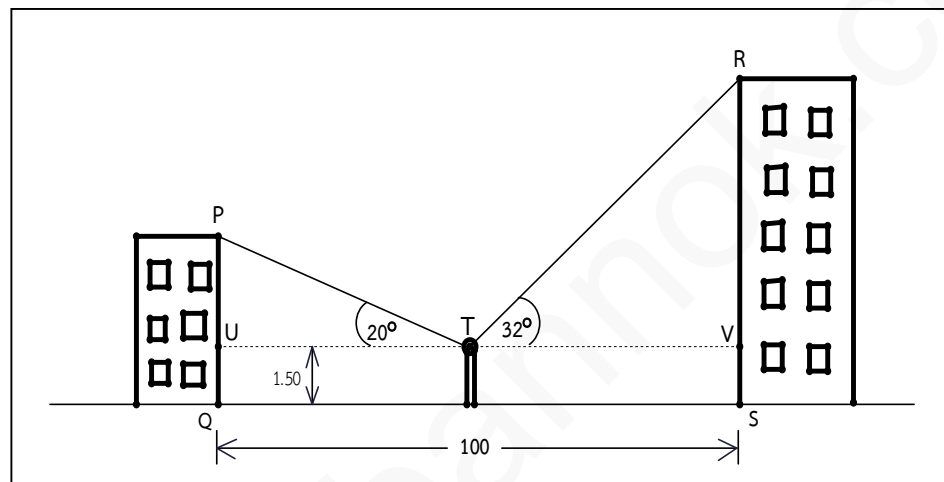
1. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ใช้ประกอบการสอนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแบบฝึกทักษะที่กำหนดให้ด้วยตัวเองเป็นรายบุคคล โดยกำหนดเวลาให้เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียน
3. แนะนำวิธีใช้แบบฝึกทักษะเล่มนี้ให้นักเรียนเข้าใจก่อนนำไปใช้
4. ให้คำแนะนำแก่นักเรียนเมื่อมีปัญหา

สารบัญ



	หน้า
แบบทดสอบก่อนเรียน	1
คำอธิบายเนื้อหาของเรื่อง ความหมายตรีโกณมิติ สามเหลี่ยมคล้าย	2
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 10.1	7
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 10.2	8
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ที่ 10.3	9
เฉลยแบบฝึกทักษะ	10
แบบทดสอบหลังเรียน	14
เฉลยแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน	15
บรรณานุกรม	16

- วิธีทำ

[illegible]

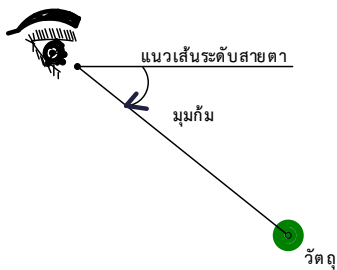
แบบฝึกทักษะชุดที่10

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง

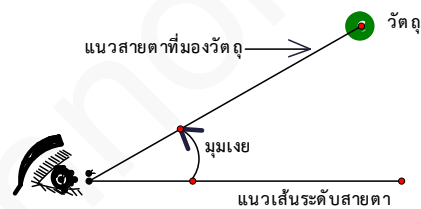
การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระยะทางและความสูง เกี่ยวข้องกับมุม 2 ประเภท คือ มุมก้ม (angle of depression) และมุมเงย (angle of elevation)

มุมก้ม

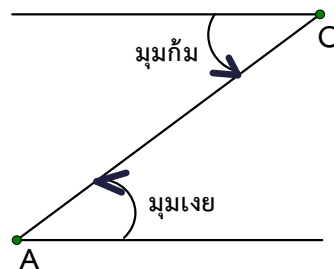


เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวสายตาที่มองวัตถุเมื่อวัตถุอยู่ใต้เส้นระดับสายตา

มุมเงย



เป็นมุมที่เกิดจากแนวเส้นระดับสายตา และแนวสายตาที่มองวัตถุเมื่อวัตถุอยู่ใต้เส้นระดับสายตา

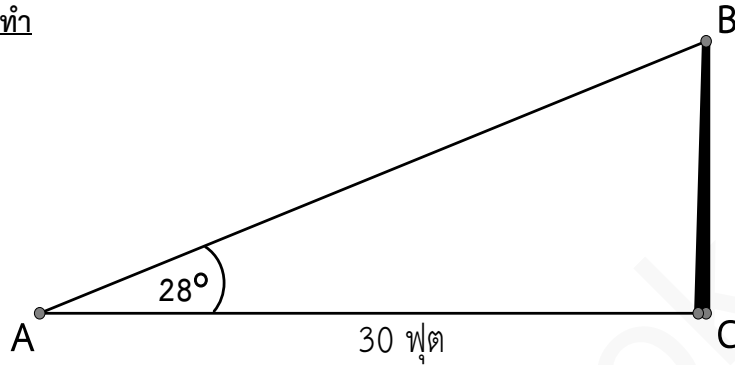


มุมเงยที่มองจากจุด A ไปยังจุด O จะมีขนาดเท่ากับมุมก้มที่มองจากจุด O ไปยังจุด A โดยใช้ความรู้เรื่องเส้นขนาน

ตัวอย่างที่ 1 ถ้ามองจากจุดจุดหนึ่งบนพื้นดินไปยอดเสาด้านหนึ่ง พบว่าแนวสายตา ทำมุมเงย 28°

และจุดที่มองอยู่ห่างจากเสา 30 ฟุต จงหาความสูงของเสาด้านนี้

วิธีทำ



จากรูปจุดที่มองคือ จุด A

จุดมองอยู่ห่างจากเสาเป็นระยะ $AC = 30$ ฟุต

ความสูงของเสาเท่ากับ BC

$$\text{จาก } \tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan 28^\circ = \frac{BC}{30}$$

จากตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan 28^\circ \approx 0.532$

$$\text{จะได้ } 0.532 \approx \frac{BC}{30}$$

$$BC \approx (30)(0.532)$$

$$BC \approx 15.96 \text{ ฟุต}$$

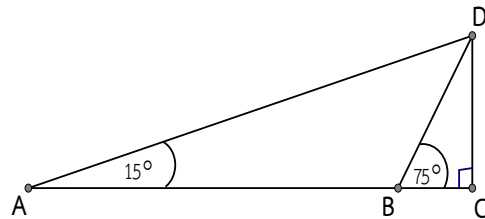
ตอบ เสด้านนี้สูงประมาณ 16 ฟุต

ถ้าไม่ลืมนะ! ก็ไม่มีวันลืมนะ!



ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนชายคนหนึ่งยืนอยู่บนสนามแห่งหนึ่ง มองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 15° องศา แต่เมื่อเดินตรงเข้าไปหาเสาธงอีก 60 เมตร เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 75° องศา ถ้านักเรียนชายคนนั้นสูง 150 เซนติเมตร จงหาความสูงของเสาธง

วิธีทำ



CD แทน ความสูงของเสาธงส่วนที่เหนือระดับสายตา

A แทน จุดที่มองยอดเสาธงจุดแรก

B แทน จุดที่มองยอดเสาธงจุดหลัง

AB ยาวเท่ากับ 60 เมตร

มุม $A = 15^\circ$, $\angle CBD = 75^\circ$ จะได้ $\angle BDC = 15^\circ$ และ $\angle ADB = 60^\circ$

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC

$$\begin{aligned}\text{จากกฎของไซน์ จะได้} \quad \frac{\sin 15^\circ}{BD} &= \frac{\sin 60^\circ}{AB} \\ BD &= \frac{AB \sin 15^\circ}{\sin 60^\circ} \\ BD &\approx \frac{(60)(0.25588)}{0.866} \\ BD &\approx 17.93\end{aligned}$$

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม BCD

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad CD &= \frac{\sin 60^\circ}{AB} \\ CD &\approx (17.93)(0.9659) \\ CD &\approx 17.32 \quad \text{เมตร}\end{aligned}$$

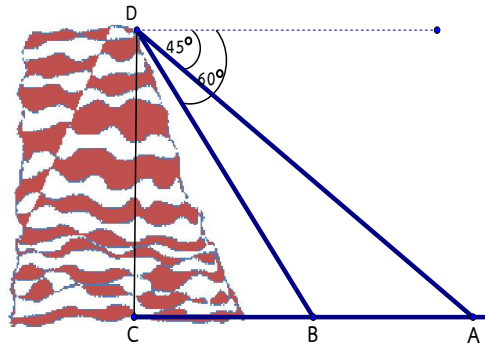
เนื่องจากนักเรียนชายคนนั้นสูง 150 เซนติเมตร เท่ากับ 1.50 เมตร

ดังนั้น ความสูงของเสาธง คือ $1.50 + 17.32 = 18.82$ เมตร

ตอบ เสาธงนี้สูงประมาณ 18.82 เมตร

ตัวอย่างที่ 3 จากหน้าผาสูง 200 เมตรเหนือระดับน้ำทะเล นักท่องเที่ยวคนหนึ่งมองเห็นเรือสองลำทอดสมอยู่ในทะเลเป็นมุมก้ม 45° และ 60° ตามลำดับจากระดับสายตาเส้นเดียวกัน จงหาว่าเรือสองลำนั้นอยู่ห่างกันเท่าใด

วิธีทำ



จากความรู้เรื่องเส้นขนาน

$$\widehat{DAC} = 45^\circ, \widehat{DBC} = 60^\circ \text{ จะได้ว่า } \widehat{ADB} = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

เรือ 2 ลำอยู่ห่างกัน AB คือ m เมตร

ในสามเหลี่ยม BCD จากกฎของไซน์

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{\sin 90^\circ}{BD} &= \frac{\sin 60^\circ}{AB} \\ BD &= \frac{200(\sin 90^\circ)}{\sin 60^\circ} \\ &= \frac{200(1)}{0.866} \\ &= 230.95 \end{aligned}$$

ในสามเหลี่ยม ADB จากกฎของไซน์

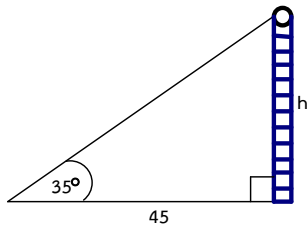
$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{\sin 15^\circ}{m} &= \frac{\sin 45^\circ}{BD} \\ m &= \frac{BD \sin 15^\circ}{\sin 45^\circ} \\ &\approx \frac{(230.95)(0.2588)}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \\ &\approx (230.95)(0.2588)(\sqrt{2}) \\ &\approx 84.5 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

ตอบ เรือ 2 ลำอยู่ห่างกัน 84.5 เมตร

แบบฝึกทักษะ 10.1

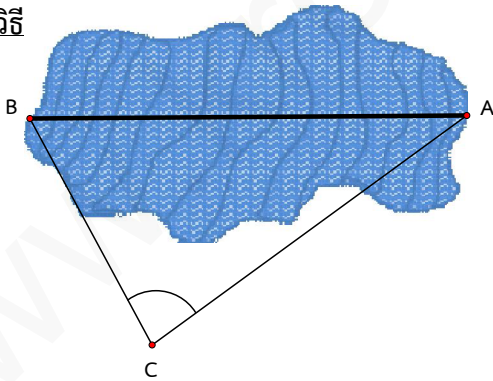
1. ถ้ามองจากจุดจุดหนึ่ง บนพื้นดินไปยังยอดหอคอยแห่งหนึ่ง แนวสายตาทำมุมเงย 35° และจุดที่มองอยู่ห่างจากหอคอย 45 เมตร จงหาความสูงของหอคอย

วิธีทำ

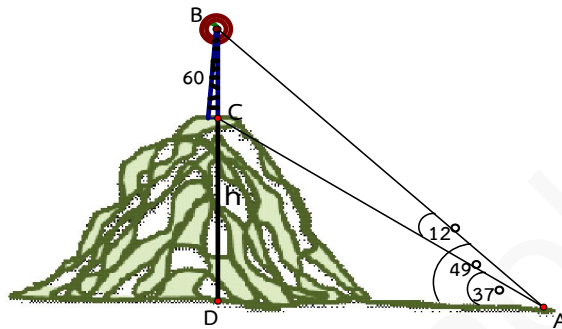


2. A และ B เป็นจุดสองจุดที่อยู่ตรงข้ามกันของบึงแห่งหนึ่ง C เป็นจุดๆ หนึ่งบนพื้นราบเดียวกัน ถ้าวัดระยะ CA และ CB เท่ากับ 3.2 และ 2.4 กิโลเมตร ตามลำดับ และวัดมุม ACB ได้ 75° จงหาความกว้างของบึงตามแนว AB

วิธี

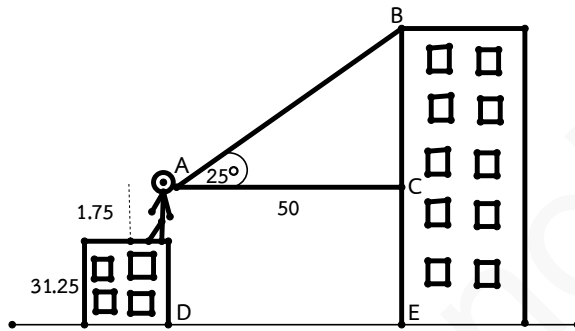


- ### วิธีทำ



แบบฝึกทักษะ 10.3

1. ตึกสูงสองหลังตั้งอยู่ห่างกัน 50 เมตร ตึกทั้งสองหลังนี้สูงไม่เท่ากัน ตึกหลังที่สูงน้อยกว่าสูง 3125 เมตร นักเรียนคนหนึ่งยืนอยู่บนยอดตึกหลังที่สูงน้อยกว่า มองไปที่ตึกหลังที่สูงกว่า พบว่าแนวสายตาทำมุมเงย 25° ถ้าความสูงของนักเรียนคนนี้ถึงระดับสายตาเท่ากับ 1.75 เมตร จงหาความสูงของตึกหลังที่สูงกว่า

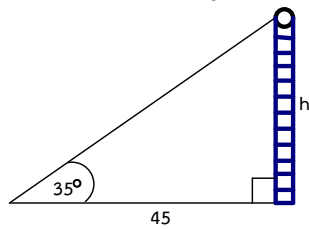


www.knoobaal.com

เฉลยแบบฝึกทักษะ 10.1

1. ถ้ามองจากจุดจุดหนึ่ง บนพื้นดินไปยังยอดหอคอยแห่งหนึ่ง แนวสายตาทำมุมเงย 35° และจุดที่มองอยู่ห่างจากหอคอย 45 เมตร จงหาความสูงของหอคอย

วิธีทำ

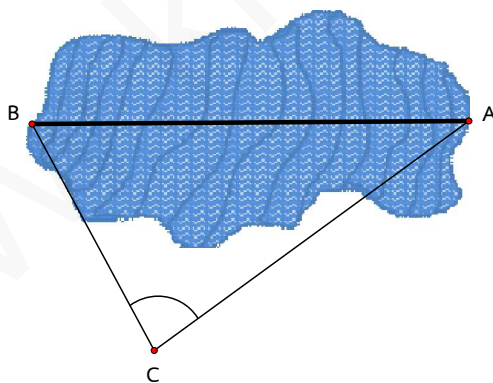


$$\begin{aligned} \text{จาก } \tan 35^\circ &= \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม } 35^\circ}{\text{ด้านประชิดมุม } 35^\circ} \\ \tan 35^\circ &= \frac{h}{45} \\ h &= 45 \tan 35^\circ \\ h &\approx 45(0.7002) \\ h &\approx 31.5 \end{aligned}$$

ตอบ หอคอยนี้สูง 31.5 เมตร

2. A และ B เป็นจุดสองจุดที่อยู่ตรงข้ามกันของบึงแห่งหนึ่ง C เป็นจุดๆ หนึ่งบนพื้นราบเดียวกัน ถ้าวระยะ CA และ CB เท่ากับ 3.2 และ 2.4 กิโลเมตร ตามลำดับ และวัดมุม ACB ได้ 75° จงหาความกว้างของบึงตามแนว AB

วิธีทำ



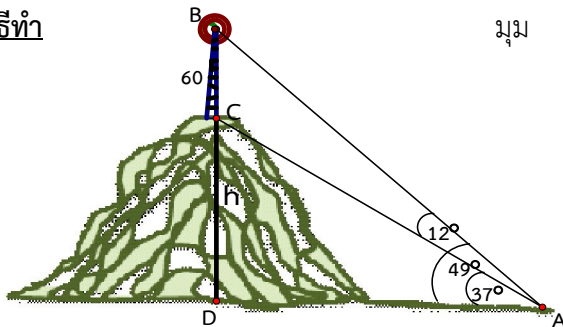
$$\begin{aligned} AB^2 &= CB^2 + CA^2 - 2(CB)(CA)\cos 75^\circ \\ AB^2 &= 2.4^2 + 3.2^2 - 2(2.4)(3.2)\cos 75^\circ \\ AB^2 &\approx 2.4^2 + 3.2^2 - 2(2.4)(3.2)(0.2588) \\ AB^2 &\approx 5.76 + 10.24 - (15.36)(0.2588) \\ AB^2 &\approx 5.76 + 10.24 - 3.97 \\ AB^2 &\approx 12.03 \\ AB &\approx \sqrt{12.03} \\ AB &\approx 3.47 \end{aligned}$$

ตอบ ความกว้างของบึงตามแนว AB คือ 3.47 กิโลเมตร

เฉลยแบบฝึกทักษะ 10.2

1. หอคอยแห่งหนึ่งสูง 60 เมตร ตั้งอยู่บนยอดภูเขา ชายคนหนึ่งยืนมองยอดหอคอย จากจุดที่เขายืนอยู่ ด้วยมุมเงย 49° และฐานหอคอยด้วยมุมเงย 49° จงหาว่าฐานหอคอยอยู่ห่างจากชายคนนี้เท่าไร และหาความสูงของภูเขา

วิธีทำ



$$\text{มุม } \widehat{BAC} = 49^\circ - 37^\circ = 12^\circ$$

$$\widehat{ABD} = 180^\circ - 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$$

$$\widehat{ACD} = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

พิจารณาสามเหลี่ยม ABC

จากกฎของไซน์

$$\frac{\sin 12^\circ}{60} = \frac{\sin 41^\circ}{AC}$$

$$AC = \frac{60 \sin 41^\circ}{\sin 12^\circ}$$

$$AC \approx \frac{60(0.6561)}{0.2079} \approx 189.35$$

พิจารณาสามเหลี่ยม ACD

จากกฎของไซน์

$$\frac{\sin 90^\circ}{189.35} = \frac{\sin 37^\circ}{h}$$

$$h = \frac{(189.35) \sin 37^\circ}{\sin 90^\circ}$$

$$h \approx \frac{(189.35)(0.6018)}{1} \approx 113.95$$

จากกฎของไซน์

$$\frac{\sin 90^\circ}{189.35} = \frac{\sin 53^\circ}{AD}$$

$$AD = \frac{(189.35) \sin 53^\circ}{\sin 90^\circ}$$

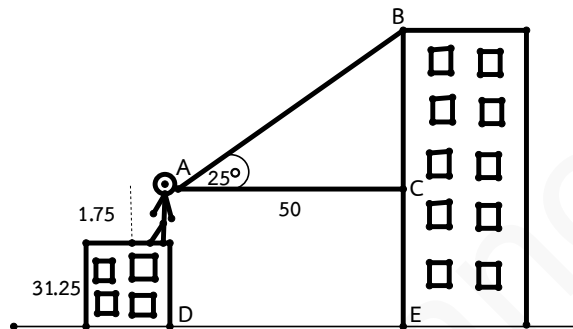
$$AD \approx \frac{(189.35)(0.7986)}{1} \approx 151.21$$

ตอบ ฐานของหอคอยอยู่ห่างจากชายคนนี้ 151.21 เมตร และภูเขาสูง 113.95 เมตร

เฉลยแบบฝึกทักษะ 10.3

1. ตึกสูงสองหลังตั้งอยู่ห่างกัน 50 เมตร ตึกทั้งสองหลังนี้สูงไม่เท่ากัน ตึกหลังที่สูงน้อยกว่าสูง 31.25 เมตร นักเรียนคนหนึ่งยืนอยู่บนยอดตึกหลังที่สูงน้อยกว่า มองไปที่ตึกหลังที่สูงกว่า พบว่าแนวสายตาทำมุมเงย 25° ถ้าความสูงของนักเรียนคนนี้จะระดับสายตาเท่ากับ 1.75 เมตร จงหาความสูงของตึกหลังที่สูงกว่า

วิธีทำ



จากรูป AC แทนระยะห่างระหว่างตึกสองหลัง เท่ากับ 50 เมตร

$$\text{จาก } \tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan 25^\circ = \frac{BC}{50}$$

$$BC = 50 \tan 25^\circ$$

$$BC \approx 50(0.4663)$$

$$BC \approx 23.31$$

$$\text{ความสูงของตึกหลังที่สูงกว่า} = BE$$

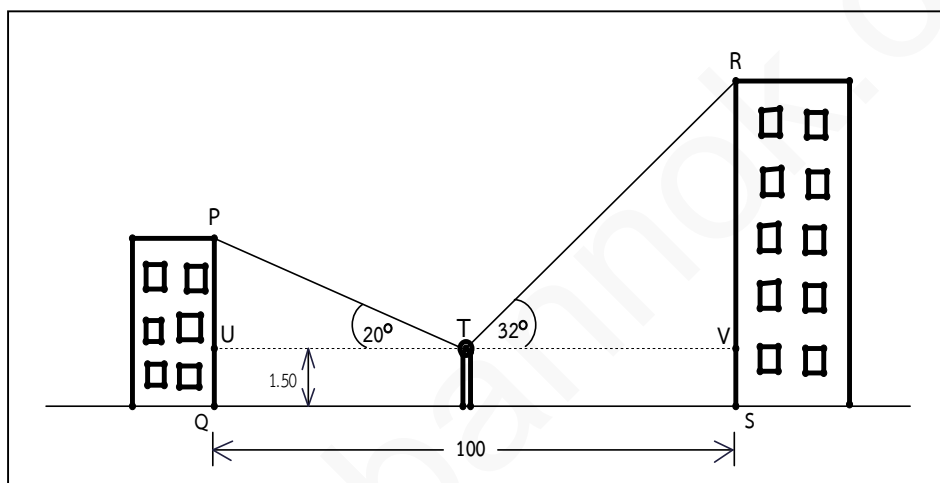
$$\text{ดังนั้น ความสูงของตึกหลังที่สูงกว่า} = BC + CE$$

$$= BC + AD$$

$$= 23.31 + (1.75 + 31.25)$$

$$= 56.31 \text{ เมตร}$$

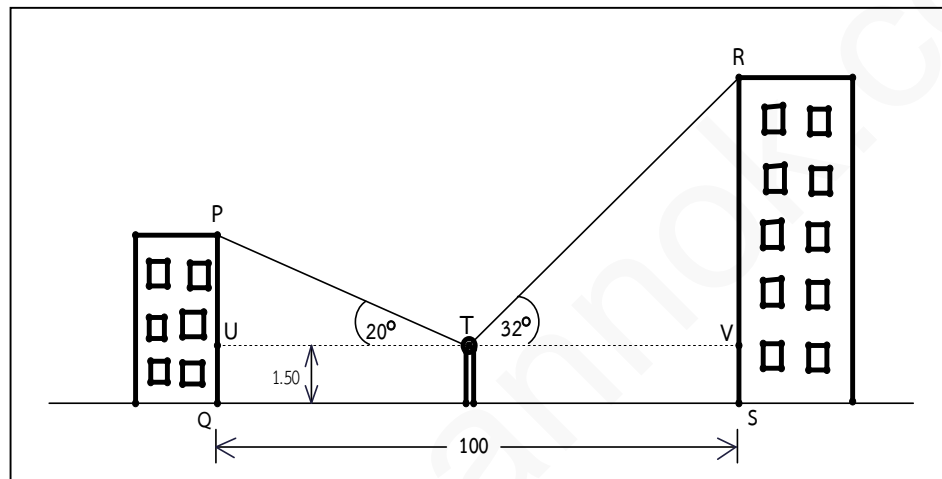
ตอบ ตึกหลังที่สูงกว่าสูง 56.31 เมตร

วิธีทำ[illegible]

เฉลยแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน

1. ถ้า PQ และ RS แทนความสูงของตึกสองหลังที่อยู่ห่างกัน 100 เมตร ข้าวหอมยืนอยู่ตรงจุดกึ่งกลางระหว่างตึกทั้งสองมองไปที่ยอดตึก PQ และมองไปที่ยอดตึก RS พบว่าแนวของการมองเป็นมุมเงย 20° และ 32° ตามลำดับถ้าระดับสายตาของข้าวหอมสูงจากพื้น 1.50 เมตร จงหาความสูงของตึก PQ และความสูงของตึก RS

วิธีทำ



ให้ T แทน จุดที่ข้าวหอมยืน ณ จุดระดับสายตา

U และ V แทน จุดระยะห่างของตึก PQ และ RS ในระดับสายตาของข้าวหอม

$$TU = 50 \quad TV = 50$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PTU จะได้ว่า

$$\tan 20^\circ = \frac{PU}{50}$$

$$PU = 50 \tan 20^\circ$$

$$PU \approx 50(0.3640) \approx 18.2$$

$$\text{ดังนั้น } PU \approx 18.2 \text{ เมตร}$$

$$\text{ดังนั้น ความสูงของตึก PQ ประมาณ } 18.2 + 1.50 \approx 19.7 \text{ เมตร}$$

$$\text{จากรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก RTV จะได้ว่า } \tan 32^\circ = \frac{RV}{50}$$

$$RV = 50 \tan 32^\circ$$

$$RV \approx 50(0.6249) \approx 31.25$$

$$\text{ดังนั้น } RV \approx 31.25 \text{ เมตร}$$

$$\text{ดังนั้น ความสูงของตึก RS ประมาณ } 31.25 + 1.5 \approx 32.75 \text{ เมตร}$$

บรรณานุกรม

ชุมพล วงศ์มดีกุล. เตรียมสอบ *O-Net* คณิตศาสตร์ ม. 4-5-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตรงตามหลักสูตร

แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. นนทบุรี : ธิงค์ ปียอนด์, 2556.

สมัย เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์พื้นฐาน/เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 เล่มที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัทไฮเอ็ด

พับลิชชิง จำกัด, 2547.

_____. คณิตศาสตร์พื้นฐาน/เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 เล่มที่ 3. กรุงเทพฯ : บริษัทไฮเอ็ด พับลิชชิง จำกัด, 2547.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.

_____. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.